Sessione ordinaria 2009
Seconda prova scritta

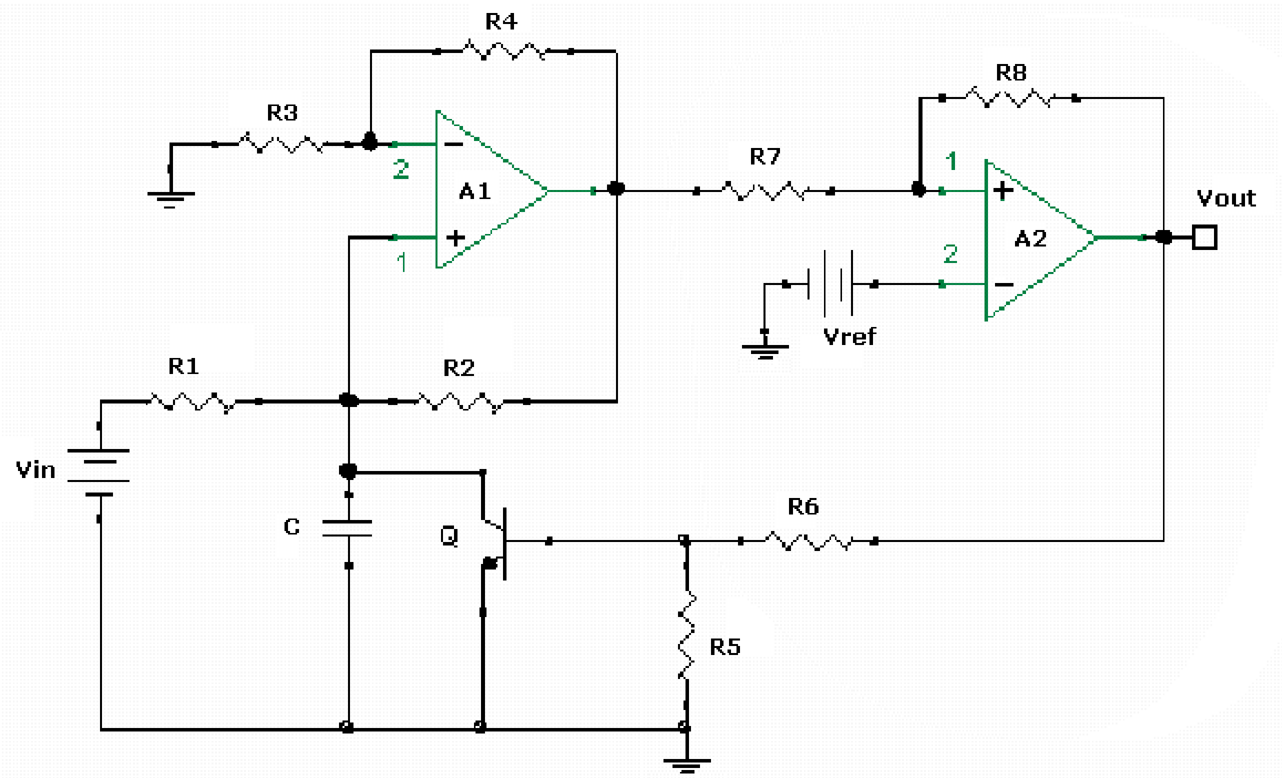
M049 – ESAME DI STATO DI ISTITUTO PROFESSIONALE

CORSO DI ORDINAMENTO

Indirizzo: TECNICO DELLE INDUSTRIE ELETTRONICHE

Tema di: ELETTRONICA, TELECOMUNICAZIONI E APPLICAZIONI

Il candidato, formulando eventuali ipotesi aggiuntive, dimensioni il circuito di figura:



in modo che:

• si abbia un segnale d'uscita a frequenza 500 Hz quando in ingresso viene applicato un segnale pari a 5 V.
• all'uscita del primo amplificatore si abbia un segnale triangolare con ampiezza variabile tra +3 V e +9 V.
• gli impulsi ottenuti all'uscita del secondo amplificatore abbiano durata trascurabile rispetto al periodo del segnale.

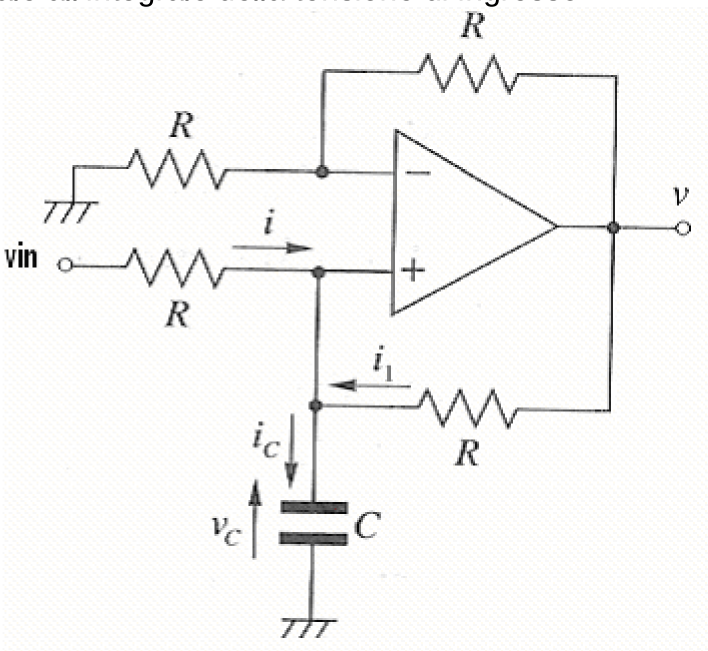
Calcoli, inoltre, i valori estremi della tensione in corrispondenza dell'ingresso non invertente del secondo amplificatore operazionale.
Si consideri R1 = R2 = R3 = R4 = R

Durata massima della prova: 6 ore.
È consentito soltanto l'uso di manuali tecnici e di calcolatrici non programmabili.
Non è consentito lasciare l'Istituto prima che siano trascorse 3 ore dalla dettatura del tema.

SOLUZIONE: proposta da Ing. UTIZI CESARE

Il circuito sopra riportato fornisce in uscita una forma d'onda rettangolare periodica avente frequenza direttamente proporzionale alla tensione di ingresso v_{in} Il circuito è costituito da un integratore non invertente pilotato dalla tensione positiva v_{in} seguito da un trigger di Schmitt non invertente la cui uscita v_0 comanda la base del transistor che funziona da interruttore.

Il primo blocco è un integratore non invertente, esso consente di ottenere in uscita una tensione proporzionale all'integrale della tensione di ingresso.



Infatti :

$v_+ = v_- = \frac{v}{2 \cdot R} \cdot R = \frac{v}{2}$ da cui $v = 2 \cdot v_+ = 2 \cdot v_C$

La tensione di uscita è data da :

$v = 2 \cdot v_+ = 2 \cdot v_C = \frac{2}{C} \cdot \int i_C \cdot dt$

La corrente $i_C = i + i_1 = \frac{v_{in} - v_+}{R} + \frac{v - v_+}{R} = \frac{v_{in} - v_+ + v - v_+}{R} = \frac{v_{in} - 2 \cdot v_+ + v_0}{R} = \frac{v_{in}}{R}$

essendo $v = 2 \cdot v_+$.

Sostituendo nell'integrale l'espressione di i_C si ha :

$$v = \frac{2}{R \cdot C} \cdot \int v_{in} \cdot dt$$

Tale integrale risolto fornisce :

$$V(t) = \frac{2V_{in}}{CR} \cdot t + k$$

Dal circuito completo si deduce che la tensione di riferimento relativa al comparatore con isteresi è V_{ref} , questo potenziale viene comparato con quello relativo all'ingresso non invertente che, applicando il principio della sovrapposizione degli effetti, vale:

$$V_p = \frac{R_8}{R_7 + R_8} \cdot V + \frac{R_7}{R_7 + R_8} \cdot v_o$$

Il funzionamento è il seguente:

Supponendo nell'istante t = 0 la tensione v_o = $-V_{cc}$, il BJT è interdetto e l'integratore fornisce **in uscita** una rampa positiva di equazione:

$$V(t) = \frac{2V_{in}}{CR} \cdot t + k$$

(con k=0 considerando il condensatore inizialmente scarico)
Di conseguenza anche il potenziale V_p è crescente e nel momento in cui raggiunge il valore V_{ref} l'uscita v_o del trigger di Schmitt commuta da $-V_{CC}$ a $+V_{CC}$. La tensione V = V2 che produce tale commutazione si ottiene ponendo nella precedente relazione

$V_p = V_{ref}$, $V = V2$ e $v_o = -V_{CC}$.

Si ottiene:

$$V_2 = V_{ref}\left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) + V_{CC}\frac{R_7}{R_8}$$

Poniamo **V_{CC} =12 V ; V_2 = 9 V è un dato del problema**
Il repentino aumento di v_o si trasmette su V_p che si porta la valore massimo:

$$V_{pM} = \frac{V_2 R_8}{R_7 + R_8} + \frac{V_{CC} R_7}{R_7 + R_8}$$

Se v_0 = $+V_{CC}$ il BJT si porta in saturazione scaricando velocemente il condensatore. La tensione V diminuisce e con essa diminuisce anche la Vp. Quando la tensione Vp raggiunge il valore Vref il comparatore commuta nuovamente portando v_0 da $+V_{CC}$ a $-V_{CC}$. La tensione V = V1 che produce tale commutazione si ottiene ponendo nell'espressione evidenziata

$V_p = V_{ref}$, $V = V_1 = 3$ V e $v_o = V_{CC}$.

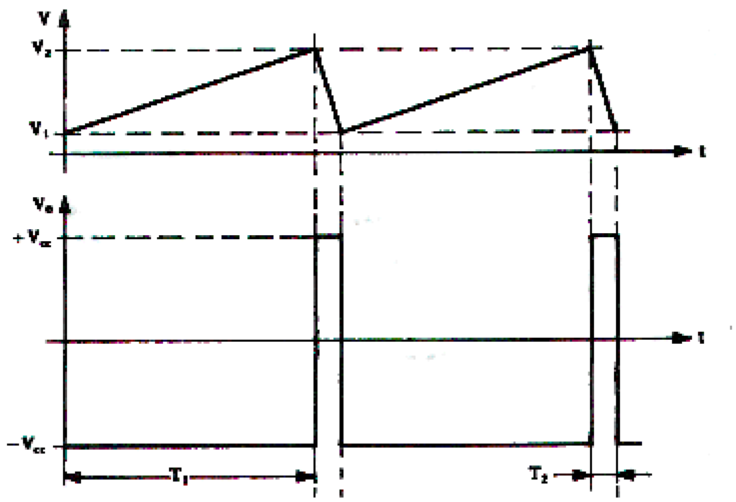
. Si ottiene:

$$V_1 = V_{ref}\left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) - V_{CC}\frac{R_7}{R_8}$$

La repentina diminuzione di vo si trasmette su Vp che si porta al valore minimo:

$$V_{pm} = \frac{V_1 R_8}{R_7 + R_8} - \frac{V_{CC} R_7}{R_7 + R_8}$$

Il BJT si interdice nuovamente ed il ciclo si ripete.
All’aumentare di Vi la pendenza della rampa V aumenta e la soglia superiore V_2 viene raggiunta in un tempo minore e quindi la frequenza del segnale v_0 aumenta. La scarica del condensatore avviene in un tempo fisso T2 durante il quale l’uscita v_0 vale V_{CC}. Per rendere la frequenza della forma d’onda di uscita direttamente proporzionale alla tensione di ingresso Vi è necessario che il tempo di integrazione T_1 sia molto più grande di T_2.
Nella figura sottostante si mostrano le forme d’onda dell’integratore e del comparatore.



Dalle equazioni di V1 e V2 è possibile determinare i valori di R7 e R8 e di Vref che consento di soddisfare la specifica che richiede che all’uscita sell’integratore l’onda triangolare abbia una ampiezza variabile compresa +3V e +9V. Infatti sostituendo i valori numeri le precedenti equazioni diventavo :

$$9 = V_{ref}\left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) + 12\frac{R_7}{R_8}$$

$$3 = V_{ref}\left(1 + \frac{R_7}{R_8}\right) - 12\frac{R_7}{R_8}$$

Considerando come incognite $x = V_{ref}$ $y = \frac{R_7}{R_8}$, possiamo scrivere un sistema di equazioni di due incognite x e y e due equazioni:

$$9 = x \cdot (1 + y) + 12 \cdot y$$

$$3 = x \cdot (1 + y) - 12 \cdot y$$

Che risolto con il metodo della sostituzione fornisce:

$$x = V_{ref} = 4{,}8 \qquad\qquad y = \frac{R_7}{R_8} = 0{,}25$$

Quindi ponendo $R_7 = 10k\Omega$ avremo che $R_8 = 40k\Omega$

Possiamo adesso calcolare i valori estremi della tensione in corrispondenza dell'ingresso non invertente del secondo amplificatore operazionale :

$$V_{pM} = \frac{V_2 R_8}{R_7 + R_8} + \frac{V_{CC} R_7}{R_7 + R_8} = \frac{9 \cdot 40000}{50000} + \frac{12 \cdot 10000}{50000} = 7{,}2 + 2{,}4 = 9{,}6V$$

$$V_{pm} = \frac{V_1 R_8}{R_7 + R_8} - \frac{V_{CC} R_7}{R_7 + R_8} = \frac{3 \cdot 40000}{50000} - 2{,}4 = 0V$$

Dal grafico è possibile ricavare analiticamente i valori di T_1 e T_2. Durante il tempo T_1 l'integratore parte dal valore iniziale V_1 e raggiunge il valore finale V2 secondo l'espressione:

$$V(t) = \frac{2 \cdot Vi}{CR} \cdot t + V_1$$

Dopo t = T_1 si ha $V(T_1) = V_2$; sostituendo nell'espressione precedente si ricava T_1:

$$T_1 = \frac{V_2 - V_1}{2Vi} \cdot RC$$

La corrente di scarica del condensatore è la differenza tra la corrente di collettore del BJT e la somma delle correnti i e i_1 che fluiscono verso l'ingresso non invertente dal generatore Vi e dall'uscita dell'integratore V. Dimensionando R sufficientemente grande da poter trascurare le correnti i e i_1 rispetto a Ic, il tempo di scarica T_2 vale:

$$T_2 = \frac{C(V_2 - V_1)}{2Ic}$$

Dal confronto tra le due espressioni si deduce che $T_1 >> T_2$ se $\frac{Vi}{R} << Ic$.

Il dimensionamento di R5 ed R6 deve essere effettuato in modo da soddisfare la relazione precedente ed evitare che la giunzione B-E del BJT vada in breakdown quando $v_o=-V_{cc}$.
Il periodo T coincide praticamente con T_1 e la frequenza, pertanto, vale:

$$f = \frac{2}{RC(V_2 - V_1)} \cdot Vi$$

Nel nostro caso sostituendo i valori numerici si ottiene:

$500 = \frac{2}{RC(9-3)} \cdot 5$ da cui $R \cdot C = \frac{10}{500 \cdot 6} = 0{,}0033$

Per R = 12 KΩ si ottiene C = 275 nF.

Per ottenere $T_1 >> T_2$ ipotizzo $T_2 = \frac{T}{20} = \frac{2ms}{20} = 0{,}1ms$

Considerando la scarica a corrente costante attraverso la corrente di collettore Ic del BJT del tipo BC547, invertendo la formula precedente per T2 si può determinare I_C

$$I_C = \frac{C(V_2 - V_1)}{2 \cdot T_2} = \frac{275 \cdot 10^{-9} \cdot 6}{2 \cdot 0.1 \cdot 10^{-3}} = 8{,}25mA$$

Ipotizzando il guadagno di corrente h_{fe} del BJT pari a 100 si avrà che la corrente di base $I_B = \frac{I_C}{h_{fe}} = \frac{8{,}25mA}{100} = 0{,}0825mA$, fissando R5 ad un valore di 22 K e fissando la tensione V_{be} tra base emettitore del BJT a 0,7V , si avrà

$$I_{R5} = \frac{V_{be}}{R_5} = \frac{0,7}{22K} = 31,8\mu A$$

Ne consegue che $I_{R6} = I_{R5} + I_b = 31,8 + 82,5 = 114\mu A$ pertanto

$$R_6 = \frac{v_0 - v_{be}}{I_{R6}} = \frac{12 - 0,6}{114 \cdot 10^{-6}} = 100K\Omega$$