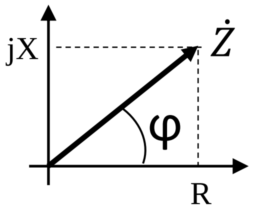
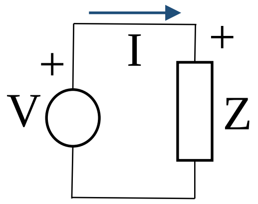
$$\dot{Z} = \underbrace{R}_{reale} + \underbrace{jX}_{immag.}$$





$$\dot{Z} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} \rightarrow \measuredangle\dot{Z} = \measuredangle\bar{V} - \measuredangle\bar{I} \rightarrow \varphi = \alpha_v - \alpha_i = arctg\left(\frac{X}{R}\right)$$

Calcolo della POTENZA ISTANTANEA fornita al carico Z

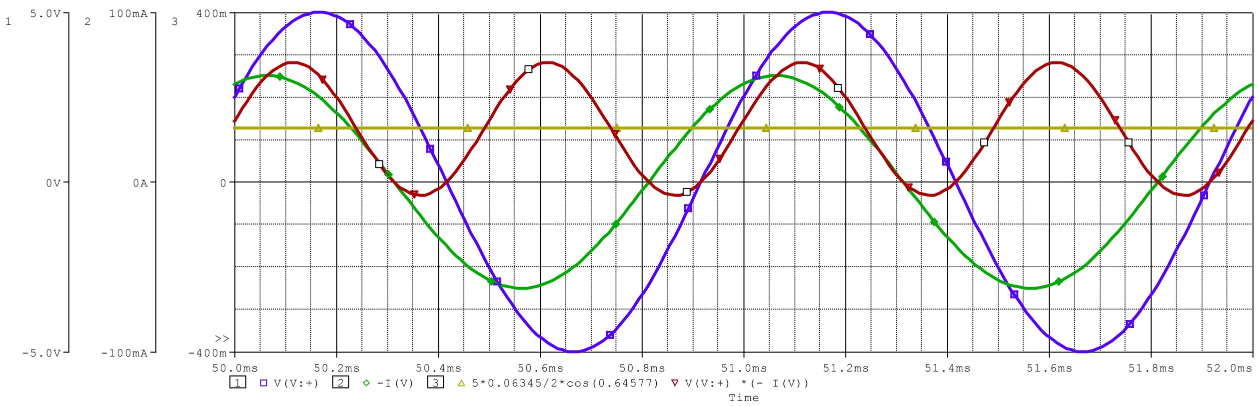
$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = V_M sen(\omega t + \alpha_v) \cdot I_M sen\omega t + \alpha_i) = V_M I_M sen(\overbrace{\omega t + \alpha_v}^{\alpha}) \cdot sen(\overbrace{\omega t + \alpha_i}^{\beta})$$

Utilizzando le seguenti formule e definizioni:

$$\begin{cases} sen(\alpha) \cdot sen(\beta) = \frac{1}{2}[cos(\alpha - \beta) - cos(\alpha + \beta)] \quad formula\ di\ Werner \\ \left.\begin{aligned} V_{EFF} = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \rightarrow V_M = \sqrt{2}V_{EFF} \\ I_{EFF} = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \rightarrow I_M = \sqrt{2}I_{EFF} \end{aligned}\right\} V_M I_M = \sqrt{2}V_{EFF}\sqrt{2}I_{EFF} = 2\,V_{EFF}I_{EFF} \end{cases}$$

$$p(t) = \frac{1}{2}V_M I_M \left[\!\left[cos\left(\underbrace{(\cancel{\omega t} + \alpha_v)}_{\alpha} - \underbrace{(\cancel{\omega t} + \alpha_i)}_{\beta}\right) - cos\left(\underbrace{(\omega t + \alpha_v)}_{\alpha} + \underbrace{(\omega t + \alpha_i)}_{\beta}\right)\right]\!\right]$$

$$= V_{EFF}I_{EFF}\,[cos(\alpha_v - \alpha_i) - cos(2\omega t + \alpha_v + \alpha_i)] = \underbrace{V_{EFF}I_{EFF}\,cos(\varphi)}_{\substack{componente \\ costante}} - \underbrace{V_{EFF}I_{EFF}\,cos(2\omega t + \alpha_v + \alpha_i)}_{\substack{componente \\ a\ frequenza\ doppia}}$$

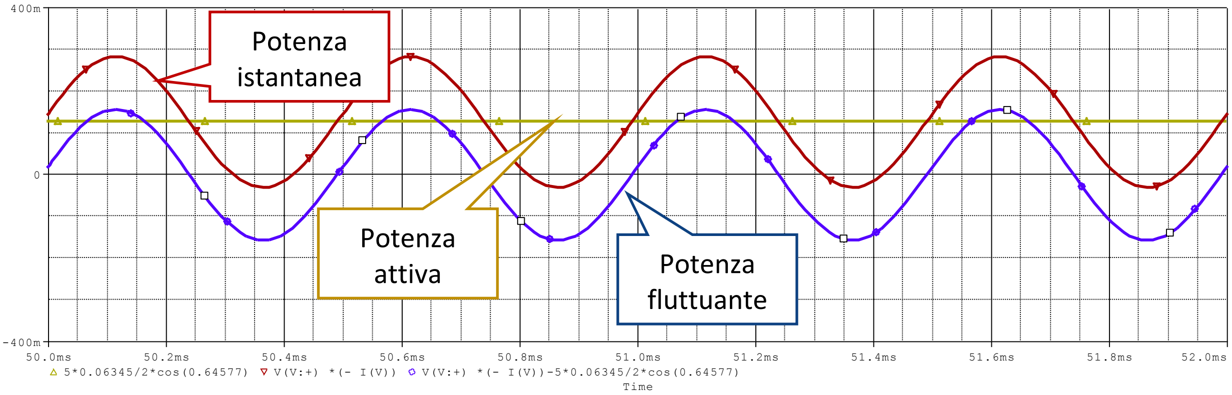


Quindi la potenza istantanea risulta data dalla somma di una componente costante P e di una componente a frequenza doppia (2ω) $p_f(t)$

$$\boxed{P = V_{EFF} I_{EFF}\, cos\varphi \quad POTENZA\ ATTIVA\ (o\ potenza\ reale)}$$

$$p_f(t) = -cos(2\omega t + \alpha_v + \alpha_i) \quad potenza\ fluttuante$$

$$\underbrace{p(t)}_{istantanea} = \underbrace{P}_{attiva} + \underbrace{p_f(t)}_{fluttuante}$$



La POTENZA ATTIVA è potenza media fornita all'impedenza Z (al carico)

$$P = \frac{1}{T}\int_0^T p(t)dt = V_{EFF} I_{EFF}\, cos\varphi \quad [Watt]$$

È la potenza effettivamente fornita all'impedenza o per meglio dire: quella che viene trasformata in altra potenza (es. calore)

La potenza fluttuante mediamente vale zero. Viene rimpallata tra generatore e impedenza quindi non dà luogo ad un effettivo trasferimento di energia.

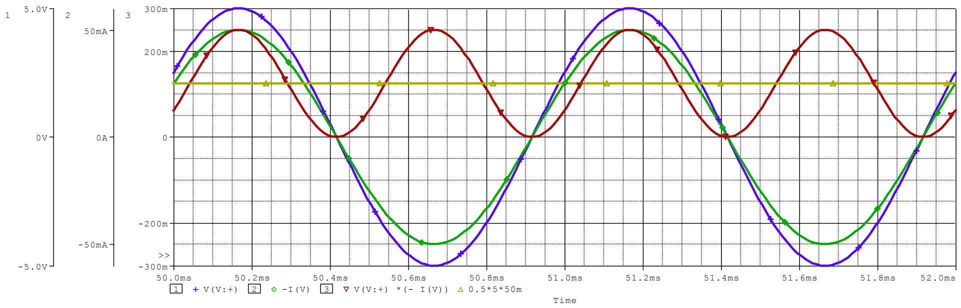
cos φ prende il nome di FATTORE di POTENZA

$$\varphi = \angle\dot{Z} = arctg\left(\frac{X}{R}\right) \quad R \geq 0 \;\; quindi \begin{cases} se\ X \geq 0 & \rightarrow \quad 0° \leq \varphi \leq 90° \\ se\ X \leq 0 & \rightarrow \quad -90° \leq \varphi \leq 0° \end{cases}$$

$$-90° \leq \varphi \leq 90° \quad \rightarrow \quad 0 \leq cos\varphi \leq 1 \quad \rightarrow \quad potenza\ assorbita\ da\ Z$$

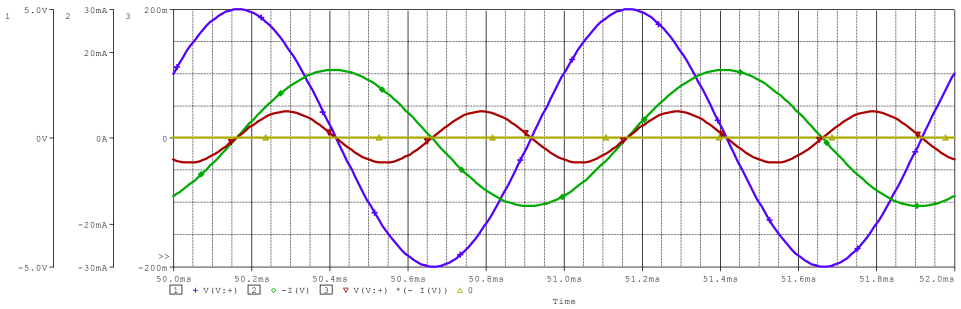
CIRCUITO PURAMENTE OHMICO (*X=0 ;Z=R*)

$\bar{V}$ ed $\bar{I}$ sono in fase $\Leftrightarrow$ $\varphi = 0$ $\Rightarrow$ $\cos\varphi = 1$ $\Rightarrow$ $P = V_E I_E = P_{MAX}$



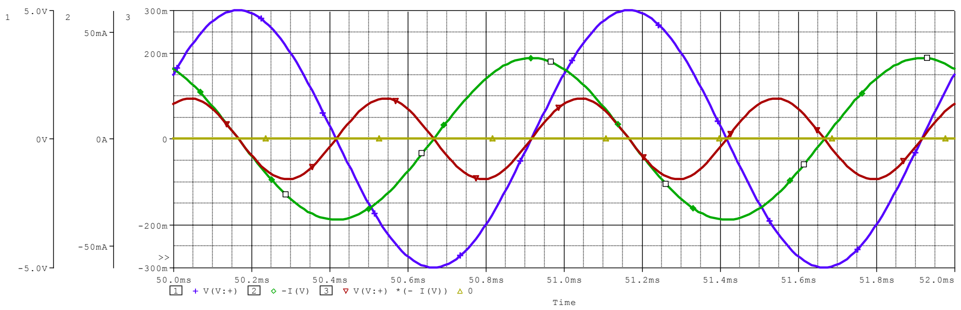
CIRCUITO PURAMENTE INDUTTIVO (*R=0 ; Z=+jX*)

$\bar{V}$ ed $\bar{I}$ sono in quadratura $\Leftrightarrow$ $\varphi = +90°$ $\Rightarrow$ $\cos\varphi = 0$ $\Rightarrow$ $P = 0 = P_{min}$



CIRCUITO PURAMENTE CAPACITIVO (*R=0 ;Z=-jX*)

$\bar{V}$ ed $\bar{I}$ sono in quadratura $\Leftrightarrow$ $\varphi = -90°$ $\Rightarrow$ $\cos\varphi = 0$ $\Rightarrow$ $P = 0 = P_{min}$



CIRCUITO OHMICO INDUTTIVO (*Z=R+jX*)

$\bar{V}$è in anticipo sul $\bar{I}$ $\Leftrightarrow$ $0°<\varphi<90°$ $\Rightarrow$ $0<\cos\varphi < 1$ $\Rightarrow$ $P = V_E I_E \cos\varphi$

CIRCUITO OHMICO CAPACITIVO (*Z=R-jX*)

$\bar{V}$è in ritardo sul $\bar{I}$ $\Leftrightarrow$ $-90°<\varphi< 0°$ $\Rightarrow$ $0<\cos\varphi < 1$ $\Rightarrow$ $P = V_E I_E \cos\varphi$

POTENZA REATTIVA

Dato che $P = V_{EFF}I_{EFF}\ cos\varphi$ se ne deduce che non tutta la I_{EFF} contribuisce alla potenza attiva ma solo una sua frazione data da:

$I_a = I_{EFF}\ cos\varphi$ COMPONENTE ATTIVA di I_{EFF}

$\boxed{P = V_{EFF}I_a = V_{EFF}I_{EFF}\ cos\varphi}$ POTENZA ATTIVA [Watt]

Analogamente si definisce:

$I_r = I_{EFF}\ sen\varphi$ COMPONENTE REATTIVA di I_{EFF}

$\boxed{Q = V_{EFF}I_r = V_{EFF}I_{EFF}\ sen\varphi}$ POTENZA REATTIVA [VAR]

Risulta quindi:

$\bar{I}_{EFF} = \bar{I}_a + \bar{I}_r$

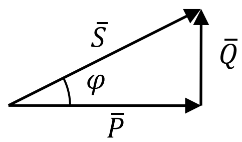
I_r non può dar luogo con continuità ad un trasferimento di energia dal generatore al circuito utilizzatore, questo perché tutta l'energia viene trasferita tramite I_a.

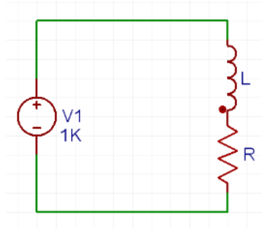
Q SI MISURA IN VOLTAMPERE REATTIVI (VAR).
Non in Watt perché nel tempo non dà luogo a trasformazioni energetiche in un solo senso.
Q non è la potenza fluttuante

?Q rappresenta 1/2 del valore massimo della potenza reattiva istantanea?. Tiene quindi conto della presenza di fenomeni energetici CONSERVATIVI nel bipolo, dovuti alla presenza di CAPACITA' ed INDUTTANZE.

POTENZA COMPLESSA

$\boxed{\bar{S} = P + jQ}$ POTENZA COMPLESSA [VA]



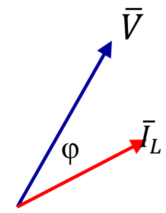


RIFASAMENTO

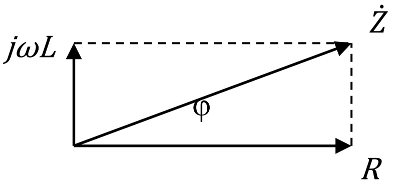
Quando gli utilizzatori sono macchine elettriche come motori e trasformatori, l'impianto elettrico può essere schematizzato come in figura.

Siamo in presenza quindi di un carico ohmico-induttivo: la tensione risulta anticipata di un angolo φ rispetto alla corrente in quanto:

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \rightarrow \angle\bar{I} = \angle\bar{V} - \angle\bar{Z}$$



$$\dot{Z} = R + j\omega L \rightarrow \begin{matrix} \varphi = \angle\dot{Z} = arctg\frac{\omega L}{R} \geq 0° \\ |\dot{Z}| = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} \end{matrix}$$



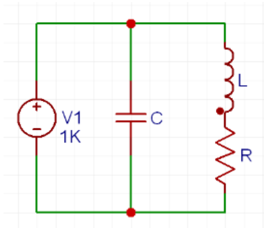
Risulta inoltre:

$$\omega L = |\dot{Z}| \cdot sen\varphi$$

Per semplicità da qui in avanti scriveremo Z al posto di $|\dot{Z}|$, V al posto di $|\bar{V}|$, etc.

$$\omega L = Z \cdot sen\varphi \rightarrow \boxed{sen\varphi = \frac{\omega L}{Z}}$$

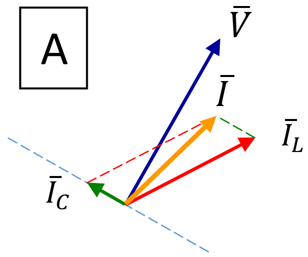
Per portare la corrente che scorre sul generatore in fase con la sua tensione, si inserisce un condensatore in parallelo (analogo risultato si può ottenere con un C in serie ma in questo caso su Z non sarebbe più applicata la tensione V richiesta)

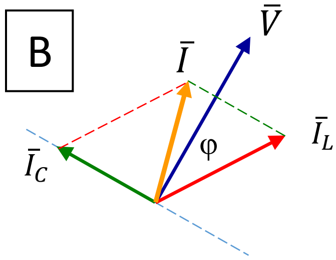


Ora la corrente I sul generatore risulta data dalla somma di I_C sul condensatore (90° in anticipo su V) e I_L sull'induttore

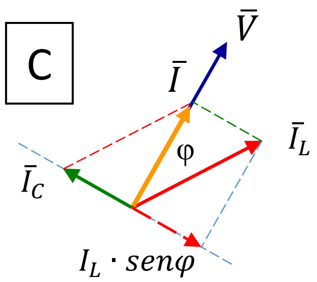
$$\bar{I} = \bar{I}_C + \bar{I}_L$$

Se C è troppo piccolo I risulterà ancora in ritardo [A], se C è troppo grande I risulterà in anticipo [B]





$\bar{I}$ e $\bar{V}$ risulteranno in fase se: $I_C = I_L \cdot sen\varphi$ [C]



$$\bar{I}_c = \frac{\bar{V}}{\frac{1}{j\omega C}} = j\omega C\bar{V} \rightarrow \overbrace{I_C = \omega CV}^{moduli} \qquad \bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{\dot{Z}} \rightarrow \overbrace{I_L = \frac{V}{Z}}^{moduli}$$

$$\omega CV = \frac{V}{Z} \cdot sen\varphi = \frac{V}{Z} \cdot \frac{\omega L}{Z} \rightarrow \cancel{\omega} C\cancel{V} = \frac{\cancel{V}}{Z} \cdot \frac{\cancel{\omega} L}{Z}$$

$$\boxed{C = \frac{L}{Z^2} = \frac{L}{R^2 + (\omega L)^2}}$$